



Computer-Algebra-System

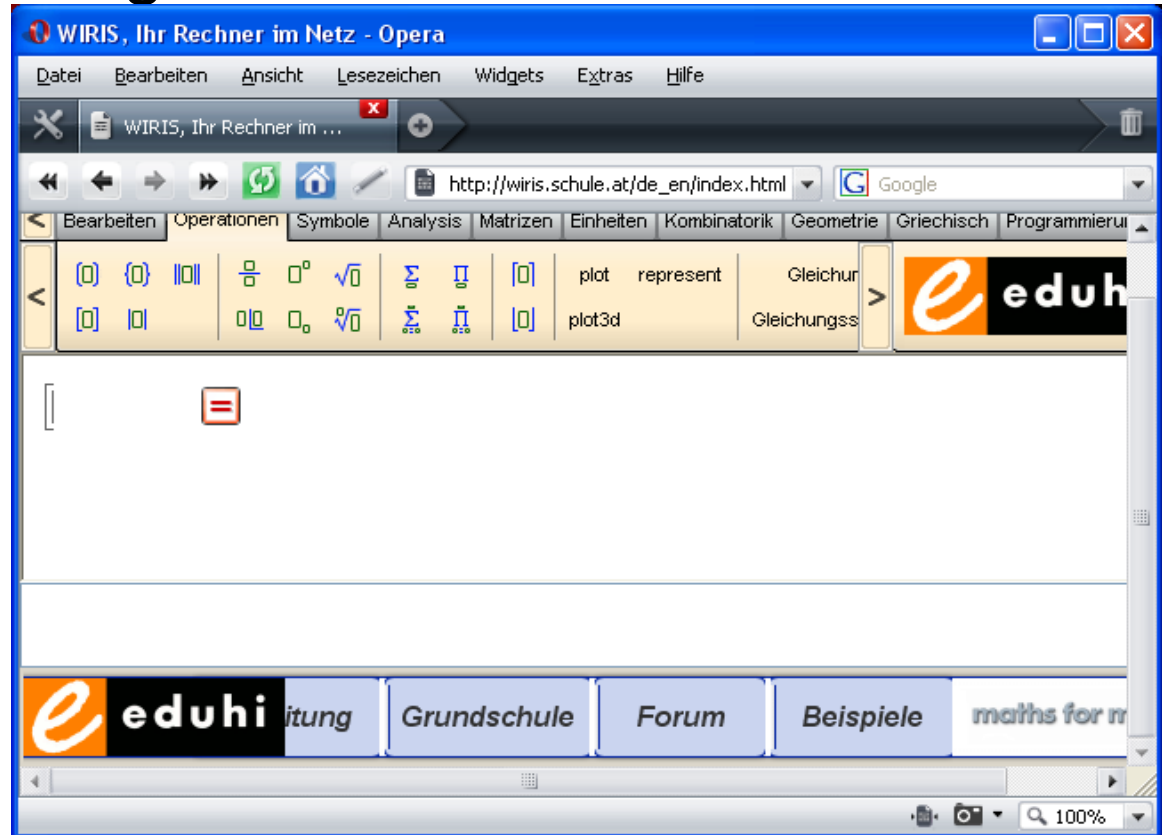
Eine Einführung in die
Grundbedienung

Was kann ein CAS?

- Terme berechnen
- Terme umformen
- Gleichungen lösen
- Gleichungssysteme lösen
- Funktionen berechnen und zeichnen
- Integral- und Differentialrechnung
- u.v.a.m.

Voraussetzungen

- Computer
- Internetverbindung
- Browser
- Java



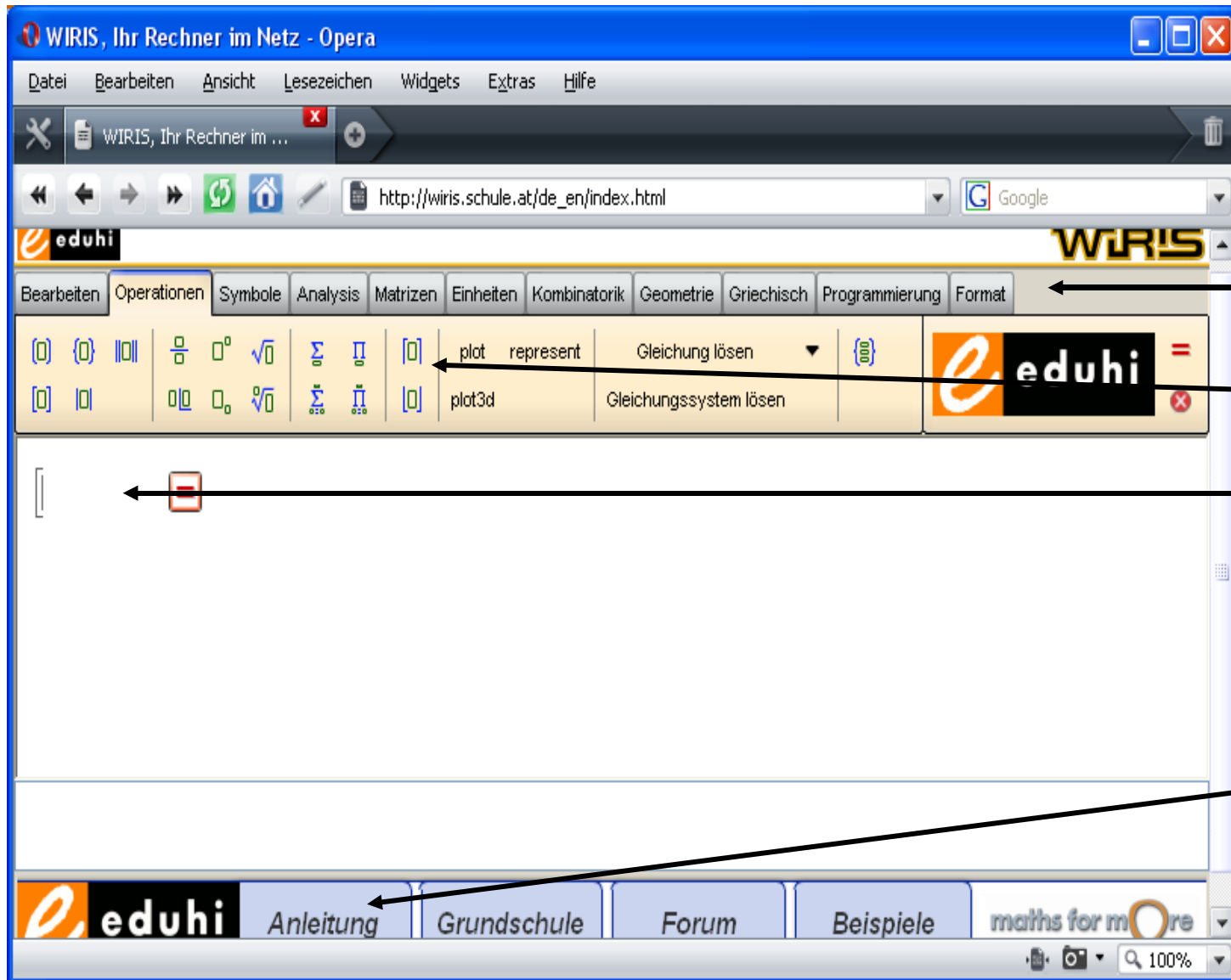
Start von Wiris

- <http://www.Erzgebirgskolleg.de>
- -> Links
- -> Wissen
- -> WiRiS
- (daneben der Link zu Materialien)

oder:

<http://wiris.schule.at>

Startbildschirm



Menüleiste

Befehle

Eingabebereich

Hilfe

Eingaben

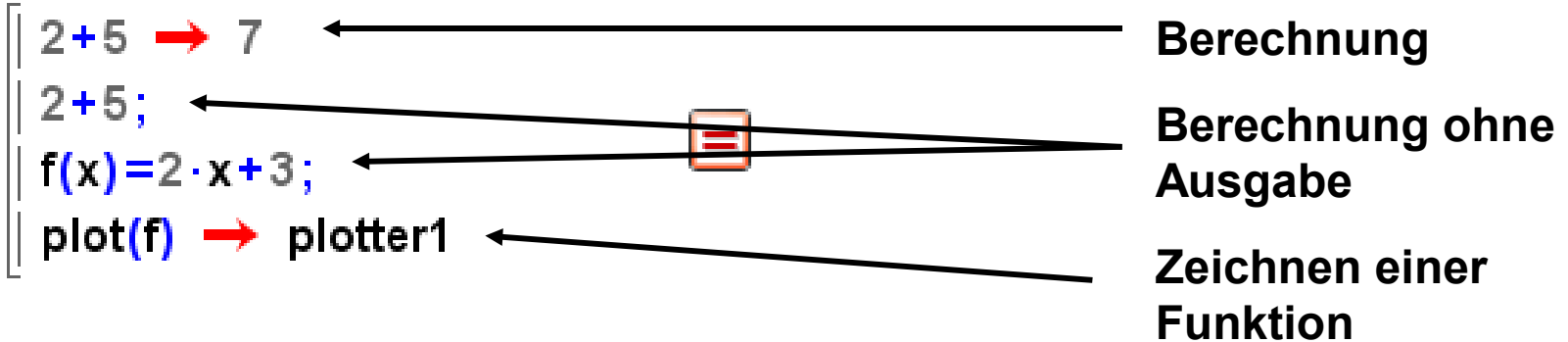
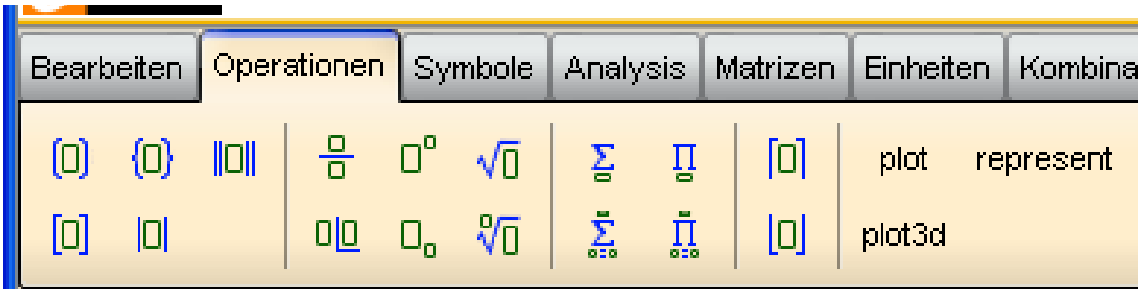
Viele Befehle sind mit Symbolbuttons in den Menüs zu bedienen oder aber durch die Eingabe von Befehlsnamen z.B.: plot(f)

The screenshot shows a software interface with a menu bar at the top containing the following items: < (back), Bearbeiten, Operationen, Symbole, Analysis, Matrizen, Einheiten, Kombinatorik, and Geometrie. Below the menu bar is a toolbar with two rows of icons. The first row is labeled '2D' and contains icons for point, line, triangle, curve, circle, square, sphere, line with slope, plus sign, 3D coordinate system, and multiplication sign. The second row is labeled '3D' and contains icons for 3D point, 3D line, 3D plane, 3D curve, 3D circle, 3D square, 3D sphere, 3D line with slope, 3D plus sign, 3D coordinate system, and 3D multiplication sign. To the right of the toolbar are the labels 'plot' and 'plot3d'. Below the toolbar is a text input area containing the text 'f(x)=2·x+3;' and 'plot(f)'. To the right of the input area is a red equals sign button. Below the equals sign button is a blue button with an information icon and the text 'Berechnen'.

Erste Schritte in WIRIS – WIRIS als Rechenknecht

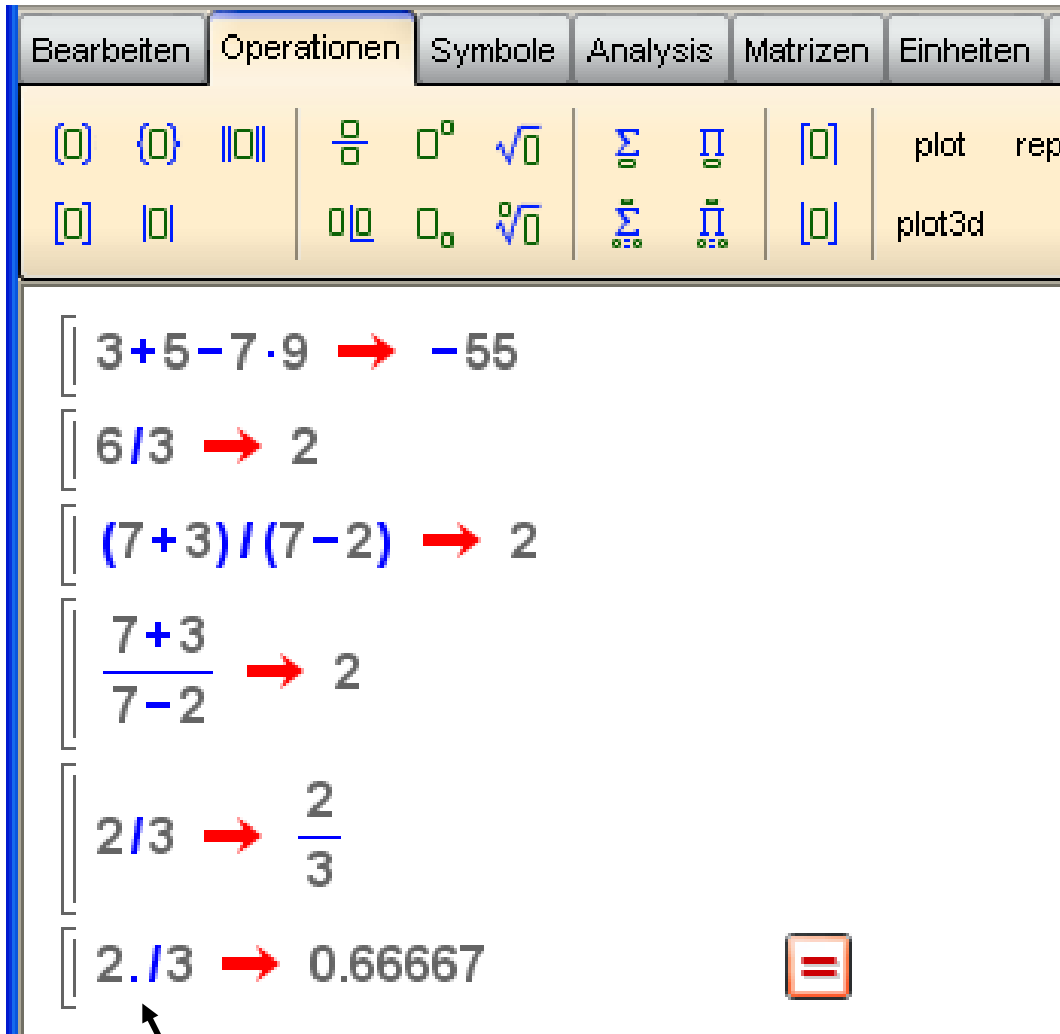
- Solange man nach Eingabe von Befehlen ENTER betätigt, beginnt eine neue Zeile und man bleibt innerhalb eines Blocks (eckige Klammer am linken Rand).
- Alle Befehle in einem Block werden durch Betätigen des gemeinsam ausgeführt und ein neuer Block beginnt.
- Rote Pfeile kennzeichnen die Ausführung der Befehle.
- Ein Semikolon am Ende einer Zeile unterdrückt die Ausgabe der Berechnungen.

Blöcke



Klickt man auf das = , so wird der gesamte Block berechnet.

Termberechnungen



The screenshot shows a calculator interface with a menu bar at the top containing 'Bearbeiten', 'Operationen', 'Symbole', 'Analysis', 'Matrizen', and 'Einheiten'. Below the menu bar is a toolbar with various mathematical symbols and functions. The main display area shows several calculations:

- $3 + 5 - 7 \cdot 9 \rightarrow -55$
- $6 / 3 \rightarrow 2$
- $(7 + 3) / (7 - 2) \rightarrow 2$
- $\frac{7 + 3}{7 - 2} \rightarrow 2$
- $2 / 3 \rightarrow \frac{2}{3}$
- $2 . 13 \rightarrow 0.66667$

An equals sign icon is located below the last calculation. An arrow points from the text below to the decimal point in the last calculation.

+ / - und *

Division

wie beim GTR

oder als Bruch

Ergebnis als Bruch

oder als Dezimalzahl

Der . bewirkt die Ausgabe als Dezimalzahl!

Termberechnungen

Berechnung von Winkelfunktionswerten

The screenshot shows a software interface with a menu bar containing: Bearbeiten, Operationen, Symbole, Analysis, Matrizen, Einheiten, Kombinatorik, Geometrie, Griechisch, and Programmi. Below the menu bar is a grid of units. The 'Einheiten' menu is highlighted, and an arrow points to the 'rad' unit in the grid. Below the grid, two calculations are shown: $\sin(90) \rightarrow 0.894$ and $\sin(90^\circ) \rightarrow 1$. Arrows point from the 'rad' unit in the grid to the first calculation, and from the 'Einheiten' menu to the second calculation. Text labels 'Bogenmaß' and 'Gradmaß (unter „Einheiten“ hinzufügen)' are placed next to the calculations.

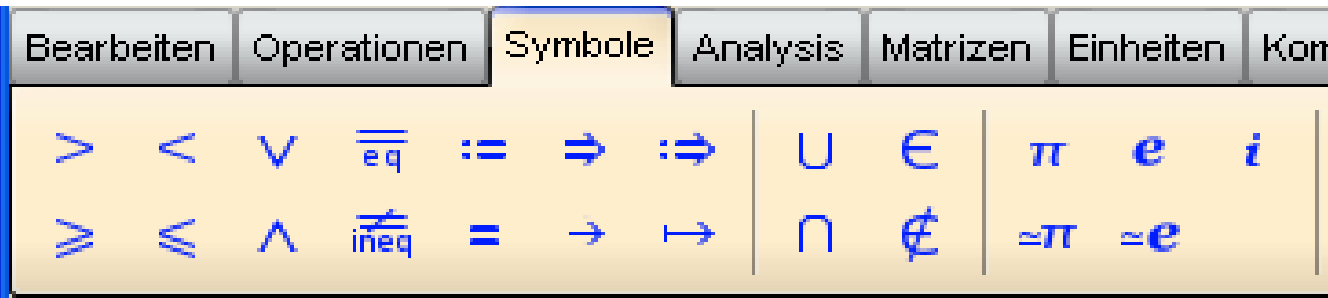
	m	g	s	A	°	'	h	s	I	Hz	W	C	Ω	S	b	T	Im	Bq	kat	m ²
	K	mol	cd		rad	''	min	sr	N	Pa	J	V	F	Wb	H	Ix	Gy	Sv		m ³

$\sin(90) \rightarrow 0.894$ **Bogenmaß**

$\sin(90^\circ) \rightarrow 1$ **Gradmaß (unter „Einheiten“ hinzufügen)**

Termberechnungen

Berechnungen mit Konstanten (π / e)



$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow 1$$

$$3 \cdot \pi \rightarrow 3 \cdot \pi$$

$$3 \cdot \text{pi_} \rightarrow 9.4248$$

$$e^2 \rightarrow e^2$$

$$e_2 \rightarrow 7.3891$$

WiRiS unterscheidet zwischen der Konstanten und dem Zahlenwert!

Will man den numerischen Wert verwenden, muss man die unteren Symbole benutzen, bzw. pi_ oder e_ eingeben.

Termberechnungen

Berechnungen von Logarithmen

$\log 100 \rightarrow 2$	Der dekadische Logarithmus (Basis 10)
$\ln e \rightarrow 1$	Der natürliche Logarithmus (Basis e)
$\log_{10} 100 \rightarrow 2$	Der dekadische etwas (2. Möglichkeit)
$\log_2 256 \rightarrow 8$	Der duale Logarithmus (Basis 2)
$\log_2 256 \rightarrow 8.$	Die Eingabe beliebiger Logarithmen erfolgt über die Schaltfläche zum Tiefstellen (Unterer Index) im „Operationen“-Menü
$\log_7 49 \rightarrow 2.$	
$\log_{\pi} 3456.98 \rightarrow 7.118$	

üben, üben, üben

- Berechnen Sie Termwerte!
- Beachten Sie die Eingabeschritte!
- Benutzen Sie die Menüs!
- Schauen Sie ggf. in die Hilfe (Anleitung)!

- Stellen Sie Fragen!

Ermitteln Sie wie man mit WiRiS Einheiten umrechnen kann!

$$\text{convert}\left(3.6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 10 \text{ s}\right) \rightarrow 10. \text{ m}$$

Termumformungen

- Addition / Subtraktion von Termen

$$\left[3x + 5x - 4x \rightarrow 4 \cdot x \right]$$

$$\left[a \cdot x + a \cdot x \rightarrow 2 \cdot a \cdot x \right]$$

$$\left[(a+2) \cdot x + (a-6) \cdot x \rightarrow 2 \cdot a \cdot x - 4 \cdot x \right]$$

$$\left[3z + 5z - 8z \right] \rightarrow 0$$



Termumformungen

- Multiplikation von Termen

$$\left[(x+1) \cdot (x-1) \rightarrow x^2 - 1 \right]$$

$$\left[(2x+5) \cdot (3x-7) \rightarrow 6 \cdot x^2 + x - 35 \right]$$

$$\left[(x+a) \cdot (x+a) \rightarrow a^2 + 2 \cdot a \cdot x + x^2 \right]$$

$$\left[(x+z)^3 \rightarrow x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot z + 3 \cdot x \cdot z^2 + z^3 \right]$$



Termumformungen

- Division von Termen

$$\left[(x+5) / (x+5) \rightarrow 1 \right]$$

$$\left[(2x-8) / (x-4) \rightarrow 2 \right]$$

$$\left[(x^2 - 2x + 1) / (x - 1) \rightarrow x - 1 \right]$$

$$\left[(a^2 - b^2) / (a + b) \rightarrow a - b \right]$$

$$\left[(x^2 + 3x + 4) / (x + 2) \rightarrow \frac{x^2 + 3 \cdot x + 4}{x + 2} \right]$$



Funktioniert nur gut, wenn es auch aufgeht!

Termumformungen

- Polynomdivision

Zuerst das Symbol für die Polynomdivision anklicken, dann die Terme eingeben!



$$\left[\begin{array}{l} (x^2+2x+1) \mid (x+1) \rightarrow x^2+2 \cdot x+1 \mid \begin{array}{l} x+1 \\ x+1 \\ 0 \end{array} \\ (x^2+3 \cdot x+3) \mid (x+1) \rightarrow x^2+3 \cdot x+3 \mid \begin{array}{l} x+1 \\ x+2 \\ 1 \end{array} \\ (x^5+5 \cdot x^3-3 \cdot x^2+2 \cdot x-7) \mid (x^3+2 \cdot x-3) \rightarrow x^5+5 \cdot x^3-3 \cdot x^2+2 \cdot x-7 \mid \begin{array}{l} x^3+2 \cdot x-3 \\ x^2+3 \\ -4 \cdot x+2 \end{array} \end{array} \right.$$

Ergebnis
Rest

Termumformungen

- Polynomdivision

$$(x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7) \mid (x^3 + 2 \cdot x - 3) \rightarrow x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7 \mid x^3 + 2 \cdot x - 3$$

$$-4 \cdot x + 2 \quad x^2 + 3$$

mathematische Schreibweise:

$$(x^5 + 5x^3 - 3x^2 + 2x - 7) : (x^3 + 2x - 3) = (x^2 + 3) + \frac{-4x + 2}{x^3 + 2x - 3}$$

Termumformungen

- Polynomdivision

$$(x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7) \mid (x^3 + 2 \cdot x - 3) \rightarrow x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7 \mid \begin{array}{l} x^3 + 2 \cdot x - 3 \\ \dots \\ -4 \cdot x + 2 \end{array} \quad x^2 + 3$$

Probe:

$$\left[\begin{array}{l} (x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7) \mid (x^3 + 2 \cdot x - 3) \rightarrow x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7 \mid \begin{array}{l} x^3 + 2 \cdot x - 3 \\ \dots \\ -4 \cdot x + 2 \end{array} \quad x^2 + 3 \\ \hline (x^2 + 3) \cdot (x^3 + 2 \cdot x - 3) + (-4x + 2) \rightarrow x^5 + 5 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 7 \mid \quad \boxed{=} \end{array} \right.$$

stimmt!

Termumformungen

- Faktorisieren von Summen

Befehl: factor

$$\left[\text{factor}(a^2 - 9) \rightarrow (a - 3) \cdot (a + 3) \right]$$

$$\left[\text{factor}(a^2 - 2a \cdot b + b^2) \rightarrow (a - b)^2 \right]$$

$$\left[\text{factor}(x^5 + x^4 - 13 \cdot x^3 - 13 \cdot x^2 + 36 \cdot x + 36) \rightarrow (x - 3) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3) \right]$$

$$\left[\text{factor}(x^2 - 3x + 5) \right] \rightarrow x^2 - 3 \cdot x + 5 \quad \boxed{=}$$

Führt natürlich nur zum Erfolg, wenn es auch eine Zerlegung in Faktoren gibt!

... übrigens, für die Primfaktorenzerlegung:

$$\text{factor}(5760) \rightarrow 2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Termumformungen

- Was mit Termen u.a. nicht sofort geht

$$\left[\sqrt{(x+1)^2} \rightarrow \sqrt{x^2 + 2 \cdot x + 1} \right]$$

leider nicht $(x+1)$

$$\left[x^{a+2} \cdot x^{a+5} \rightarrow x^{a+2} \cdot x^{a+5} \right]$$

und leider nicht x^{2a+7}

$$\left[(2^a \cdot 2^b) \rightarrow 2^a \cdot 2^b \right]$$

und leider nicht 2^{a+b}

$$\left[a^2 \cdot b^2 \rightarrow a^2 \cdot b^2 \right]$$

und leider nicht $(ab)^2$

$$\left[\frac{3x+1}{x+2} \rightarrow \frac{3 \cdot x+1}{x+2} \right]$$

leider keine Polynomdivision

$$\left[\text{factor } (8^2 \cdot 8^3) \rightarrow 2^{15} \right]$$



leider keine Basis 8 mehr, also 8^5



Computer-Algebra-System

... und trotzdem müssen Sie noch selber denken – der Computer kann nur das ausrechnen, was Sie ihm eingeben!

Lösen von Gleichungen

- Lösen linearer Gleichungen

solve $(3x+5=8)$ \rightarrow $\{\{x=1\}\}$

eine Lösung

solve $(3x+5=3x+5)$ \rightarrow $\{\{x=x\}\}$

unendlich viele
Lösungen $\{x; x \in \mathbb{R}\}$

solve $(3x+5=3x-5)$ \rightarrow $\{\{\}\}$

keine Lösung

Lösen von Gleichungen

- Lösen linearer Gleichungen

$\text{solve } (3x+5=a) \rightarrow \{\{a=3 \cdot x+5, x=x\}\}$	Hmm ...
$\text{solve } (3x+5=a, x) \rightarrow \left\{ \left[x = \frac{1}{3} \cdot a - \frac{5}{3} \right] \right\}$	eine Lösung für x
$\text{solve } (3x+5=a, a) \rightarrow \{\{a=3 \cdot x+5\}\}$	eine Lösung für a
$\text{solve } (3x+a=3x+a, x) \rightarrow \{\{x=x\}\}$	unendlich viele Lösungen $\{x; x \in \mathbb{R}\}$
$\text{solve } (3x+a=3x+b) \rightarrow \{\{a=b, b=b, x=x\}\}$	

Wenn $a=b$ ist gibt es für beliebige b unendlich viele Lösungen für x

Lösen von Gleichungen

- Lösen quadratischer Gleichungen

<code>solve (x² + 4x + 4 = 0)</code>	\rightarrow	<code>{{x = -2}}</code>	eine Lösung
<code>solve (x² - 4x + 4 = 0)</code>	\rightarrow	<code>{{x = 2}}</code>	eine Lösung
<code>solve (x² - 4x - 5 = 0)</code>	\rightarrow	<code>{{x = -1}, {x = 5}}</code>	zwei Lösungen
<code>solve (x² + 2x + 4 = 0)</code>	\rightarrow	<code>{}</code>	keine Lösung

Lösen von Gleichungen

- Lösen quadratischer Gleichungen

$$\text{solve } (x^2 + 4 \cdot x + a = 0, x) \rightarrow \{ \{x = -\sqrt{-a+4} - 2\}, \{x = \sqrt{-a+4} - 2\} \}$$

$$\text{solve } (x^2 + p \cdot x + q = 0, x) \rightarrow \left\{ \left[x = \frac{\sqrt{p^2 - 4 \cdot q}}{2} - \frac{p}{2} \right], \left[x = -\frac{\sqrt{p^2 - 4 \cdot q}}{2} - \frac{p}{2} \right] \right\}$$

$$\text{solve } (a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, x)$$

$$\rightarrow \left\{ \left[x = -\frac{\sqrt{-4 \cdot a \cdot c + b^2}}{2 \cdot a} + \frac{-b}{2 \cdot a} \right], \left[x = \frac{\sqrt{-4 \cdot a \cdot c + b^2}}{2 \cdot a} + \frac{-b}{2 \cdot a} \right] \right\}$$

Lösen von Gleichungen

- Lösen beliebiger Gleichungen

$$\left[\text{solve } (x^3 + 4 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 4 = 0) \rightarrow \{ \{x = -3.7511\} \} \right]$$

$$\left[\text{solve } (\sin(x) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}) \rightarrow \left\{ \left[x = \frac{\pi}{4} \right], \left[x = \frac{3 \cdot \pi}{4} \right] \right\} \right]$$

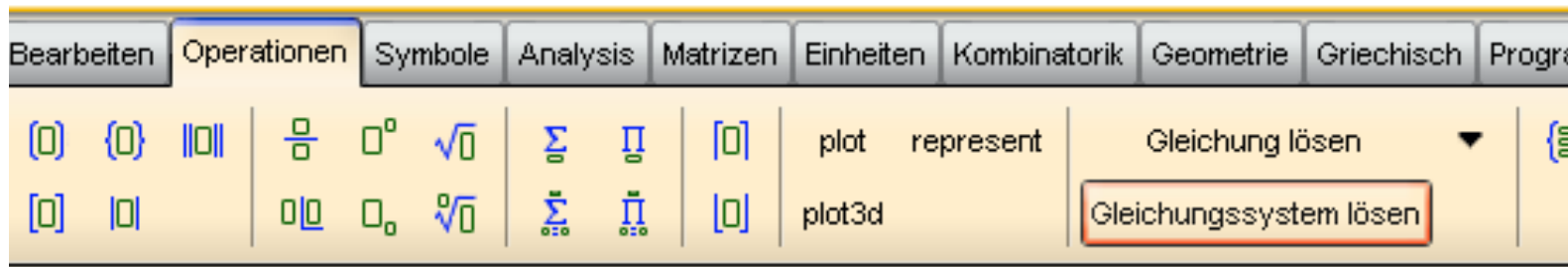
$$\left[\text{solve } (3^x = 12, x) \rightarrow \{ \{x = 2.2619\} \} \right]$$

$$\left[\text{solve}(\log_3(x-1) + \log_3 12 - 3 \cdot (\log_3 2) = 0, x) \rightarrow \{ \{x = 1.6667\} \} \right]$$

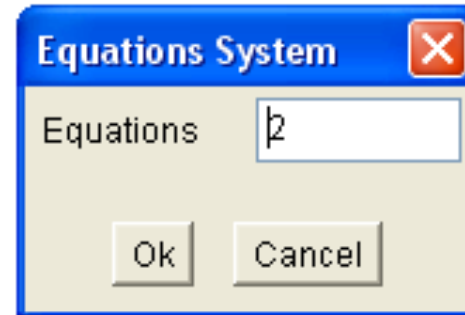
Man muss denken – dann klappts auch mit WiRiS!

Lösen von Gleichungssystemen

- Lösen linearer Gleichungssysteme



ausfüllen



anklicken

Anzahl
eingeben

Lösen von Gleichungssystemen

- Lösen linearer Gleichungssysteme

$\text{solve} \begin{cases} 3x+2y=2 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$	\rightarrow	$\left\{ \left\{ x = \frac{1}{4}, y = \frac{5}{8} \right\} \right\}$	eine Lösung
$\text{solve} \begin{cases} 3x+2y=2 \\ 3x+2y=2 \end{cases}$	\rightarrow	$\left\{ \left\{ x = -\frac{2}{3} \cdot y + \frac{2}{3}, y = y \right\} \right\}$	unendlich viele Lösungen
$\text{solve} \begin{cases} 3x+2y=2 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$	\rightarrow	$\{\emptyset\}$	keine Lösung

Lösen von Gleichungssystemen

- Lösen linearer Gleichungssysteme

$$\text{solve} \left\{ \begin{array}{l} 3a + 4b + 5c + 6d = 4 \\ 2a - 4b + 5c - 4d = 2 \\ 4a + 3c + d = -2b + 1 \\ -2a - b - c + 2d = -4 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \left\{ a = -\frac{148}{65}, b = \frac{548}{195}, c = \frac{82}{39}, d = -\frac{71}{39} \right\} \right\}$$

$$\text{solve} \left\{ \begin{array}{l} 3a + 4b + z \cdot c + 6d = 4 \\ 2a - 4b + 5c - 4d = 2 \\ 4a + 3c + d = -2b + 1 \\ -2a - b - c + 2d = -4 \end{array} \right\}$$

$$\rightarrow \left\{ \left\{ a = \frac{6 \cdot z - 474}{50 \cdot z - 55}, b = \frac{48 \cdot z + 308}{50 \cdot z - 55}, c = \frac{82}{10 \cdot z - 11}, d = \frac{-14 \cdot z - 1}{10 \cdot z - 11}, z = z \right\} \right\}$$

Für letzteren Fall sollte der zusätzliche Parameter weiter hinten im Alphabet kommen!

Probe!

- Vertrauen Sie niemanden!

$$\text{solve} \left[\begin{array}{l} 3a+4b+5c+6d=4 \\ 2a-4b+5c-4d=2 \\ 4a+3c+d=-2b+1 \\ -2a-b-c+2d=-4 \end{array} \right] \rightarrow \left\{ \left\{ a = -\frac{148}{65}, b = \frac{548}{195}, c = \frac{82}{39}, d = -\frac{71}{39} \right\} \right\}$$

$$a = -\frac{148}{65} \rightarrow -\frac{148}{65}$$

$$b = \frac{548}{195} \rightarrow \frac{548}{195}$$

$$c = \frac{82}{39} \rightarrow \frac{82}{39}$$

$$d = -\frac{71}{39} \rightarrow -\frac{71}{39}$$

den Variablen Werte zuweisen!

$$3a+4b+5c+6d=4?$$

$$2a-4b+5c-4d=2?$$

$$4a+3c+d=-2b+1?$$

$$-2a-b-c+2d=-4?$$

\rightarrow true

mit dem ? Prüfen, ob die Aussage wahr ist

Probe!

- Vertrauen Sie niemanden!

`solve(2 · x2 + 2 · x - 12 = 0) → {{x = -3}, {x = 2}}`

`x = -3 → -3` den Variablen Werte zuweisen!

`2 · x2 + 2 · x - 12 = 0? → true`

`x = 2 → 2`

`2 · x2 + 2 · x - 12 = 0? → true`

mit dem **?** Prüfen, ob die Aussage wahr ist

Grenzen

- Vergessen Sie niemals selbst zu denken!

$$\text{solve}(s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v \cdot t, a) \rightarrow \left\{ \left\{ a = \frac{2}{t^2} \cdot s + \frac{-2}{t} \cdot v \right\} \right\}$$

$$t=4 \rightarrow 4$$

$$s=63 \rightarrow 63$$

$$v=13.889 \rightarrow 13.889$$

Lösung : ;

$$a = \left(\frac{2}{t^2} \cdot s + \frac{-2}{t} \cdot v \right) \rightarrow 0.9305$$

Funktionen

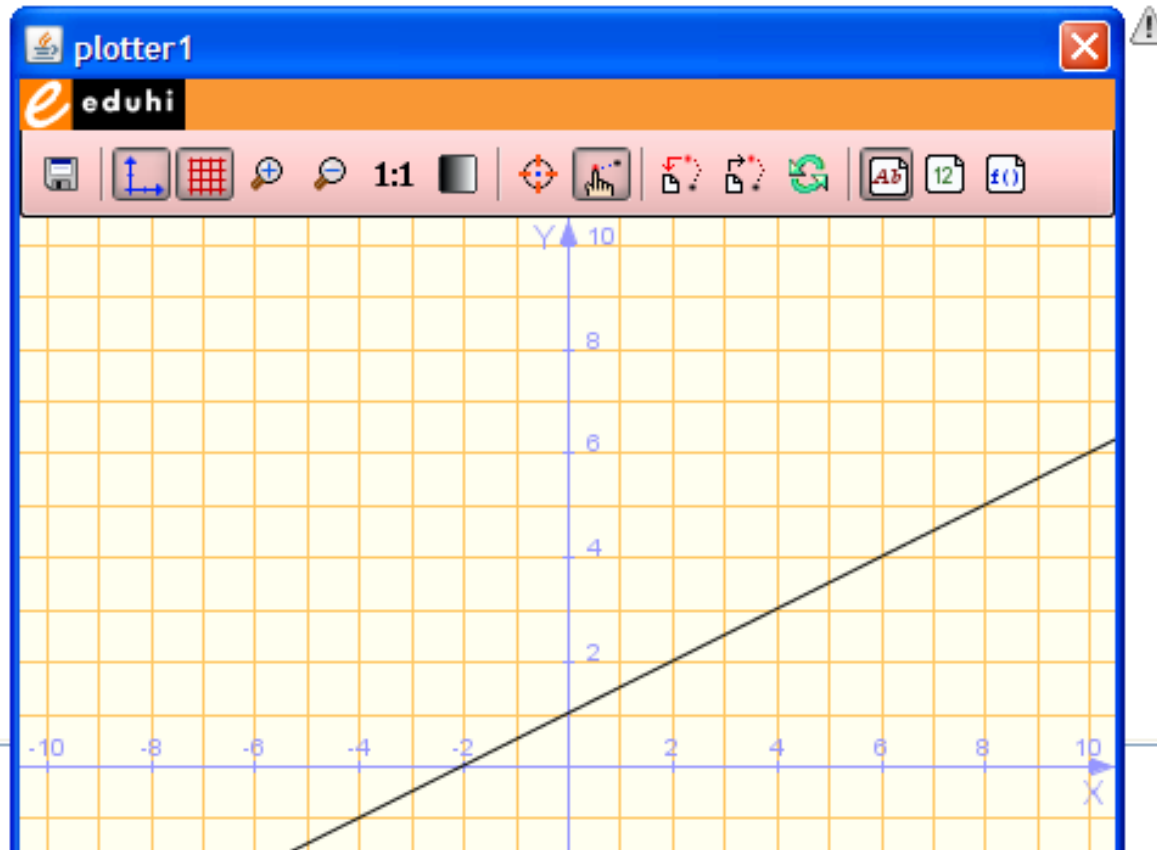
- Zeichnen von Funktionen

The screenshot shows a software interface for plotting functions. The main window displays a graph of the function $f(x) = x^2$, which is a parabola opening upwards with its vertex at the origin (0,0). The x-axis ranges from -10 to 10, and the y-axis ranges from 0 to 10. The interface includes a menu bar with options like 'Bearbeiten', 'Operationen', 'Symbole', 'Analysis', 'Matrizen', 'Einheiten', 'Kombinatorik', 'Geometrie', 'Griechisch', 'Programmierung', and 'Format'. Below the menu bar is a toolbar with various mathematical symbols and icons. A smaller window titled 'plotter1' is open, showing the same graph. The plotter window has a toolbar with icons for zooming, panning, and other plot controls. The plotter window also shows the function definition $f=x^2 \rightarrow x^2$ and $\text{plot}(f) \rightarrow \text{plotter1}$ in a text area.

Funktionen

- Das Koordinatensystem

```
plotter1=plotter({axis_style="arrow_XY"}) → plotter1  
f=1/2x+1 → 1/2·x+1  
plot(f) → plotter1
```



Funktionen

- Vereinbaren und Zeichnen mehrere Fnk's

```
plotter1=plotter({axis_style="arrow_XY"}) → plotter1
```

```
f=sin(x) → sin(x)
```

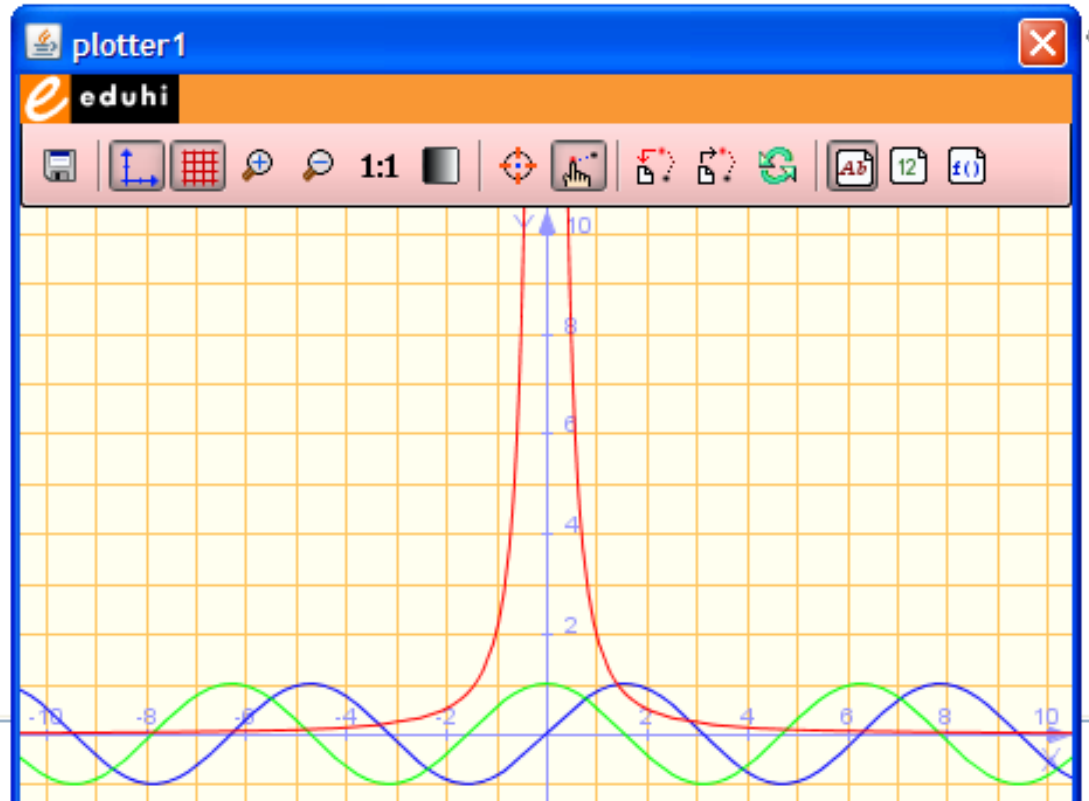
```
g=cos(x) → cos(x)
```

```
h= $\frac{2}{x^2}$  →  $\frac{2}{x^2}$ 
```

```
plot(f,{color=blue}) → plotter1
```

```
plot(g,{color=green}) → plotter1
```

```
plot(h,{color=red}) → plotter1
```



Funktionen

- Verändern des Anzeigebereiches

`ploter1=plotter((point(0,0),105,11),{axis_style="arrow_XY"})`

Mittelpunkt, Gesamtbreite, -höhe

Höhe: 11 – d.h. von [- 5,5 ; 5,5]

The plot window shows a coordinate system with a grid. The X-axis ranges from -60 to 50, and the Y-axis ranges from -5 to 5. The plot area is centered at (0,0) and has a width of 105 and a height of 11.

Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - DB
 - WB
 - Nst.
 - Y-Sst.
 - Extrema
 - Monotonie
 - Symmetrie
 - Verhalten im Unendlichen
 - Polstellen
 - Wendestellen

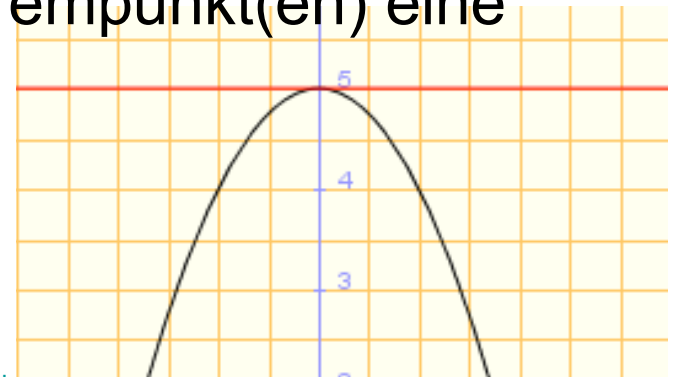
Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - DB: Menge aller Argumente, für die die Fnk. definiert ist
 - WB: Menge aller Funktionswerte, die die Fnk. annimmt
 - Nst.: Argumente, für die Fnk. den Wert $y = 0$ annimmt $f(x_0) = 0$
 - Y-Sst.: Funktionswert, den die Fnk. für das Argument $x = 0$ annimmt $y = f(0)$

Funktionen

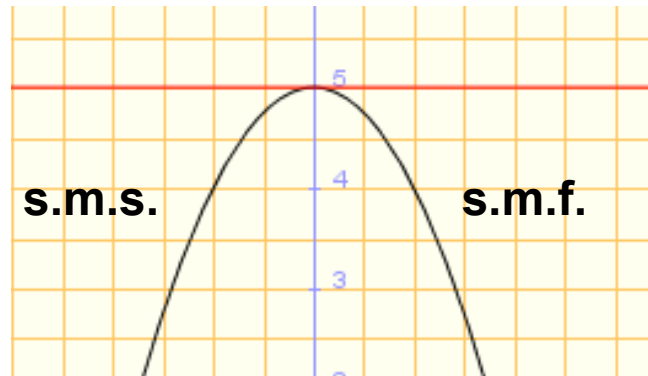
- Kurvendiskussion:
 - Extrema:
 - Maximum: Punkt mit dem in der Umgebung größten Funktionswert
 - Minimum: Punkt mit dem in der Umgebung kleinsten Funktionswert

Die Funktion hat an dem (den) Extrempunkt(en) eine waagerechte Tangente, d.h. ihr „Anstieg“ ist 0!



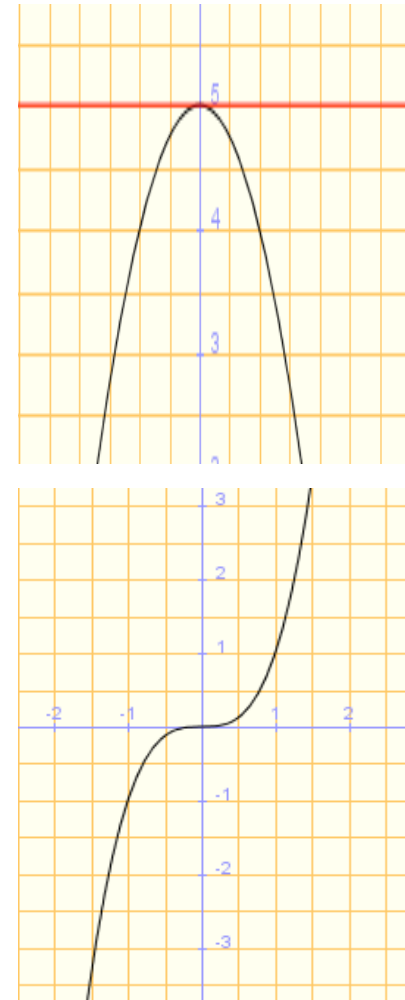
Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Monotonie:
 - mon. wachsend (steigend):
der Anstieg ist ≥ 0 (streng: >0)
 - mon. fallend :
der Anstieg ist ≤ 0 (streng: <0)



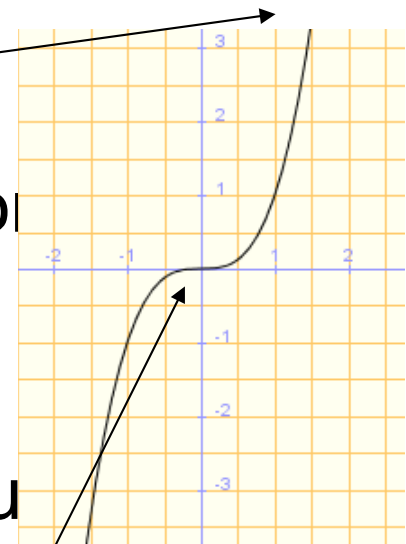
Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Symmetrie:
 - axialsymmetrisch (zur y-Achse):
 $f(x) = f(-x)$
 - Punktsymmetrisch (zum Ursprung)
 $f(x) = -f(-x)$ oder $-f(x) = f(-x)$



Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Verhalten im Unendlichen
(Wie verändert sich die Größe von y wenn x gegen Unendlich geht?)
 - Polstellen
(treten u.U. an Lücken des DB auf)
 - Wendestellen
(Wo ändert sich die Krümmungsrichtung der Funktion?)



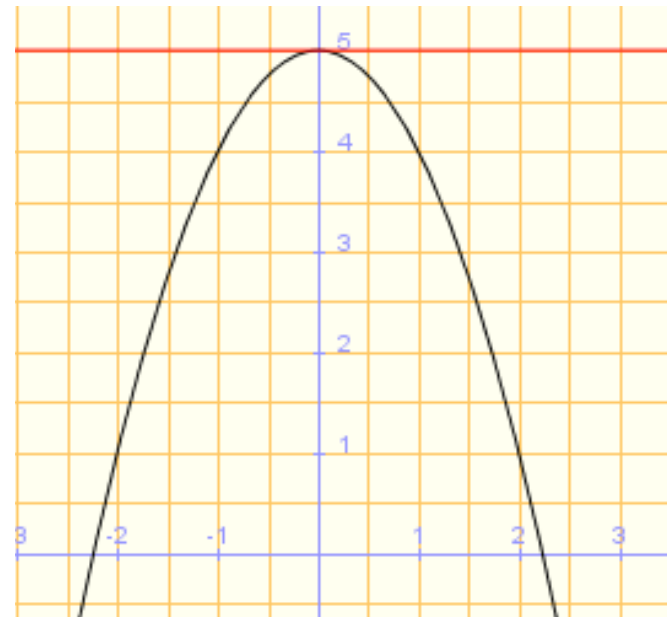
Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - DB: Menge aller Argumente, für die die Fnk. definiert ist
 - WB: Menge aller Funktionswerte, die die Fnk. annimmt

Zeichnen und ansehen!

DB: $x \in \mathbb{R}$

WB: $x \in \mathbb{R} ; x \leq 5$



Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Nst.: Argumente, für die Fnk. den Wert $y = 0$ annimmt $f(x_0) = y = 0$

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 2x - 8;$$

$$\text{solve}(f(x)=0) \rightarrow \left\{ \{x = -2\}, \left[x = \frac{4}{3} \right] \right\}$$

$$f(x) = \ln(3 \cdot x + 9);$$

$$\text{solve}(f(x)=0) \rightarrow \left\{ \left[x = -\frac{8}{3} \right] \right\}$$

Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Y-Sst.: Funktionswert, den die Fnk. für das Argument $x = 0$ annimmt
 $y = f(0)$

$$f(x) = \ln(3 \cdot x + 9);$$

$$f(0) \rightarrow 2.1972$$

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 3x - 8;$$

$$f(0) \rightarrow -8$$

Funktionen

- Kurvendiskussion:

- Extrema:

Die Funktion hat an den Extrempunkt(en) eine waagerechte Tangente, d.h. ihr „Anstieg“ ist 0!
(Anstieg = 1. Ableitung = Differentialquotient)

$$\tan(\alpha) = m = f'(x) \quad \mathbf{f(x) = 3 \cdot x^2 + 3x - 8 ;}$$

$$\mathbf{f(x)' \rightarrow 6 \cdot x + 3}$$

$$\mathbf{\text{solve}(f(x)'=0) \rightarrow \left\{ \left\{ x = -\frac{1}{2} \right\} \right\}}$$

$$\mathbf{f\left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow -\frac{35}{4} \quad P_{\min}(-0,5 ; -8,75)}$$

Funktionen

- Kurvendiskussion:

- Extrema:

Für ein Maximum gilt: Die 2. Ableitung ist kleiner 0

Für ein Maximum gilt: Die 2. Ableitung ist kleiner 0

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 8;$$

$$\text{solve}(f(x)'=0) \rightarrow \left\{ \left\{ x = -\frac{1}{2} \right\} \right\}$$

$$f2(x) = f(x)'';$$

$$f2\left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow 6$$

Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Monotonie:
 - mon. steigend $f'(x) \geq 0$ / mon. fallend $f'(x) \leq 0$
(streng – ohne Gleichheit)

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 3x - 8;$$

$$\text{solve_inequation}(f(x)' \geq 0) \rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \quad \text{m.s. für alle } x \geq -0,5$$

$$\text{solve_inequation}(f(x)' \leq 0) \rightarrow x \leq -\frac{1}{2} \quad \text{m.f. für alle } x \leq -0,5$$

Funktionen

- Kurvendiskussion:

- Symmetrie:

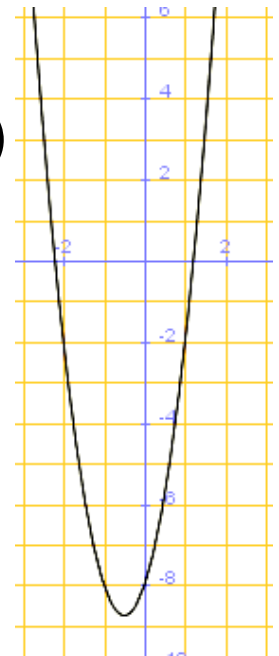
- axialsymmetrisch (zur y-Achse): $f(x) = f(-x)$

- punktsymmetrisch (zum Ursprung): $f(x) = -f(-x)$

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 3x - 8;$$

$$f(x) = f(-x) ? \rightarrow \text{false}$$

$$f(x) = -f(-x) ? \rightarrow \text{false}$$



Funktionen

- Kurvendiskussion:
 - Verhalten im Unendlichen
Grenzwert von $f(x)$ für x gegen $\pm \infty$

$$f(x) = 3 \cdot x^2 + 3x - 8;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \rightarrow +\infty$$

Funktionen

- Kurvendiskussion:

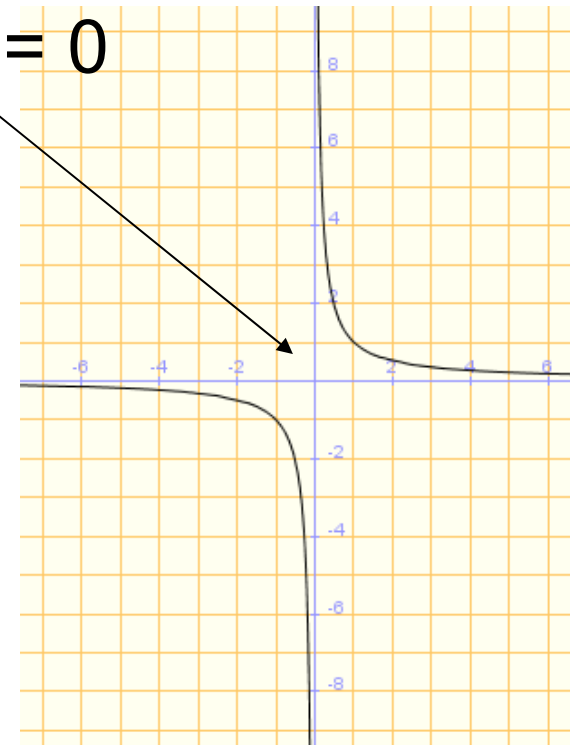
- Polstellen

Grenzwert von $f(x)$ für x gegen $x_P = 0$

$$f(x) = \frac{1}{x};$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \rightarrow -\infty$$



Funktionen

- Kurvendiskussion:

- Wendestellen

Wo ändert sich die Krümmungsrichtung der Fnk?

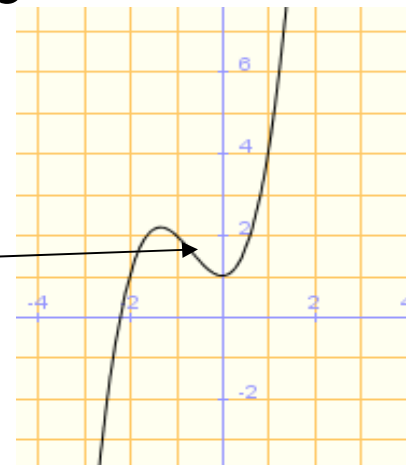
Wo ist der Anstieg der Anstiegsfunktion 0 ?

Betrachtung der 2. Ableitung $f''(x)=0$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1;$$

$$\text{solve}(f(x)''=0) \rightarrow \left\{ \left\{ x = -\frac{2}{3} \right\} \right\}$$

$$\text{plot}(f(x)) \rightarrow \text{plotter1}$$



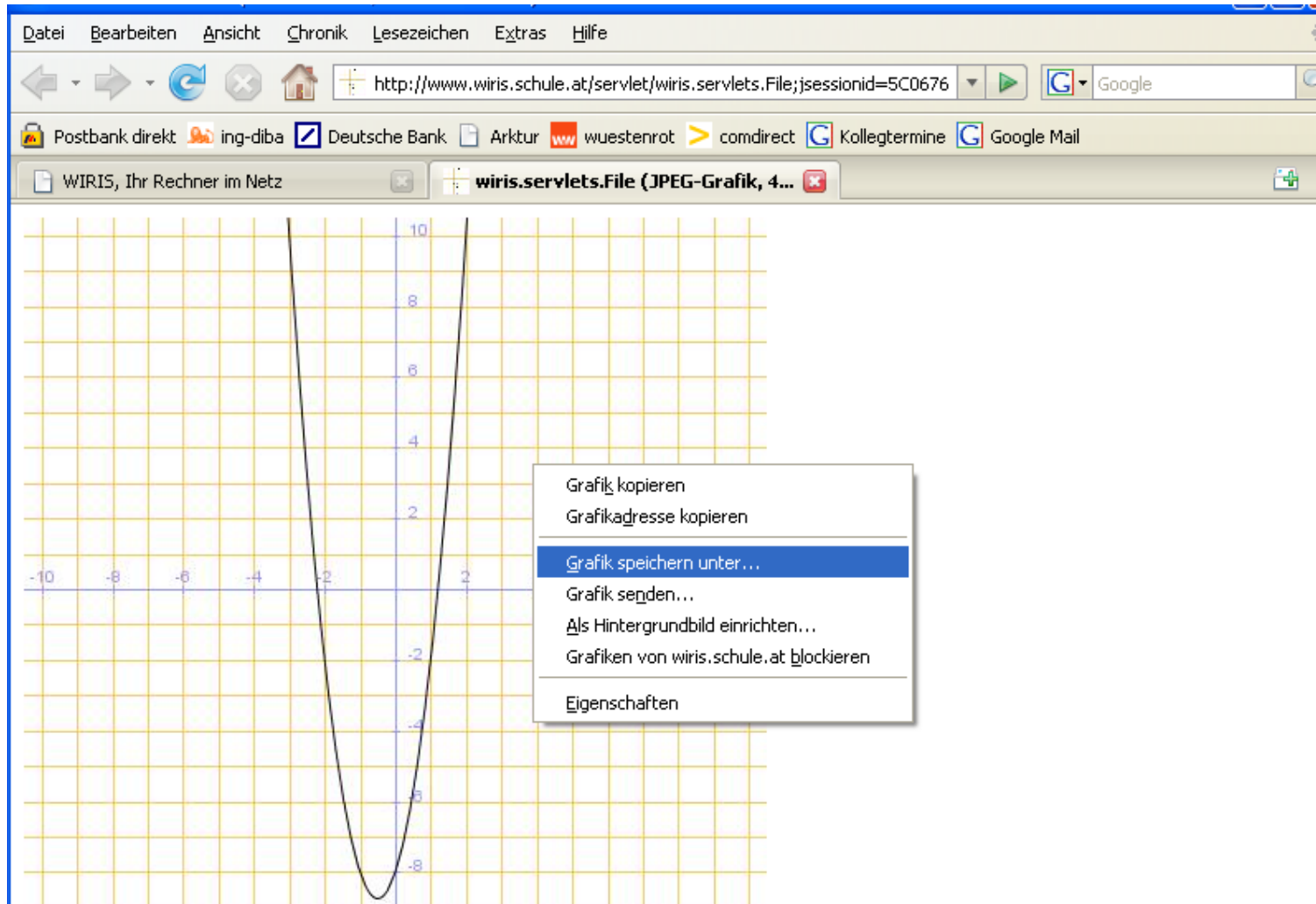
Speichern!

- Bilder:

The screenshot shows a software interface with a menu bar (Datei, Bearbeiten, Ansicht, Chronik, Lesezeichen, Extras, Hilfe) and a toolbar. A window titled "plotter1" displays a graph of the function $f(x) = 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 8$. The graph is a parabola opening upwards on a grid. A toolbar above the graph contains various icons, including a save icon (floppy disk) which is highlighted by a black arrow labeled "1.". An "Options" dialog box is open in the foreground, showing a "Format" section with a list of file types: *.jpg, *.png, *.pdf, and *.ps. The *.jpg option is selected. The "Ok" button is highlighted by a black arrow labeled "2.". In the background, a browser window is visible with the "EDUCATION HIGHWAY" logo and a search bar.

Speichern!

- Bilder:



Speichern!

- Arbeitsblätter:

The screenshot shows a web browser window with the address bar containing `http://www.wiris.schule.at/de_en/index.html`. The browser's toolbar includes icons for Postbank direkt, ing-diba, Deutsche Bank, Arktur, wuestenrot, comdirect, Kollegetermine, and a search icon. Below the browser is the 'EDUCATION HIGHWAY' logo. The main application window has a menu bar with 'Bearbeiten', 'Operationen', 'Symbole', 'Analysis', 'Matrizen', 'Einheiten', 'Kombinatorik', 'Geometrie', 'Griechisch', and 'Programmi'. The toolbar below the menu bar contains various icons, including a 'Save' icon (floppy disk) which is highlighted with a red box and an arrow labeled '1.'. The main content area shows a code editor with the text `f(x)=3*x^2+3*x-8;` and `plot f(x) -> plotter1`. A 'Save options...' dialog box is open in the foreground, with a blue title bar and a red 'X' button. The dialog box contains the following options: Get a suitable html file to save, Get the source code to insert in a html file, Focus on load, Execute on load, Hide toolbar (highlighted with a red box and an arrow labeled '2.'), and Primary. At the bottom of the dialog box are 'Ok' and 'Cancel' buttons, with an arrow labeled '3.' pointing to the 'Ok' button.

1.

2.

3.

Speichern!

- Arbeitsblätter:

